**Додаток 3**

**до наказу Міністерства**

**освіти і науки України**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_№\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**КОНЦЕПТУАЛЬНІ ЗАСАДИ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТНЬОЇ ГАЛУЗІ**

**І. Особливість математичної освітньої галузі**

Математика є одним з основних засобів пізнання світу. Вона допомагає впорядковувати дані, знаходити закономірності, моделювати явища й робити прогнози. Через математичні поняття і методи людина вчиться сприймати, аналізувати й описувати навколишню реальність, що робить цю освітню галузь фундаментальною для розвитку мислення та розуміння світу. Навчання математики готує до розвʼязання різноманітних життєвих проблемних ситуацій, як математичних, так і нематематичних. У межах цієї освітньої галузі учнівство навчається розв’язувати проблемні завдання навіть за відсутності чітко визначених методів розв’язування.

Математичну освітню галузь характеризує особливо виразна абстрактність, яка, на відміну від інших галузей, рідше має очевидні паралелі з повсякденним досвідом. Її особливість полягає в необхідності розуміння логічних структур, побудови доведень, застосування формул, а також оперування символами, числами й геометричними об’єктами. Саме високий рівень абстракції є і основною причиною складності вивчення математики. Учні й учениці часто зіштовхуються з труднощами в переході від конкретних прикладів до загальних понять і зворотно. Наприклад, розуміння таких понять, як дроби, функції чи лінійні рівняння, вимагає не лише здатності оперувати числами, а й усвідомлення їхніх властивостей і практичного застосування.

У процесі вивчення математики важливо навчити учнівство застосовувати здобуті знання і стратегії розв’язування задач у нових і подібних ситуаціях. На початкових етапах це здійснюється за підтримки вчителів та учительок, а з часом здобувачі й здобувачки освіти розвивають самостійність і впевненість у застосуванні своїх знань, умінь і ставлень, що формують математичну та інші ключові компетентності.

Рівень математичної підготовки молодого покоління визначає здатність суспільства адаптуватися до соціально-економічних змін, опановувати новітні технології, упроваджувати інновації і посилювати конкурентоспроможність країни на світовій арені. Високий рівень математичної грамотності є запорукою розвитку стратегічно важливих галузей — від інженерії та IT до енергетики, медицини та оборонної промисловості.

Математика формує вміння, необхідні не лише у науковій діяльності, але й багатьох інших сферах життя, зокрема у громадянській та соціально-економічній. Аналітичне й критичне мислення, уміння працювати з великими обсягами інформації, ухвалювати виважені рішення — ці вміння є основою для розбудови демократичних інституцій, ефективного управління ресурсами й розвитку сталих економічних систем.

Математика є основою особистісного розвитку. Вона формує прогностичне, креативне мислення, навчає систематизувати інформацію, будувати логічні зв’язки та структурує вміння розв’язувати проблеми. Розвиток математичної освіти сприяє формуванню покоління, яке здатне мислити критично, здатного протидіяти дезінформації та маніпуляції, адаптуватися до нових викликів, орієнтуватися на інновації та сприяти сталому розвитку країни.

У сучасних умовах математична освіта набуває особливого значення в забезпеченні обороноздатності країни. Військові технології, криптографія, штучний інтелект, кібербезпека, моделювання бойових дій і логістики — усі ці сфери ґрунтуються на фундаментальних математичних знаннях. В умовах війни й відбудови технологічний розвиток та інновації у сфері безпеки є критично важливими для захисту держави та її громадян. Сучасна оборонна стратегія неможлива без потужного науково-технічного підґрунтя, яке базується на математиці.

Увесь зміст математичної освітньої галузі ґрунтується на чітко визначених правилах і логіці. Висновки будують через теореми й доведення, що забезпечує точність і надійність знань. Опанування математики потребує системного мислення, здатності аналізувати й синтезувати інформацію, оцінювати її, а також послідовно вибудовувати причиново-наслідкові зв’язки. Ці вміння є основою для розвитку критичного мислення, яке передбачає здатність аналізувати, оцінювати, обґрунтовувати тощо. Математичні задачі, особливо ті, що вимагають пошуку альтернативних підходів або аналізу кількох розв’язань, сприяють формуванню в учнівства вміння мислити логічно, зважувати різні точки зору й ухвалювати обґрунтовані рішення. Математична галузь не лише формує базові когнітивні навички, а й виступає універсальною мовою для опису, аналізу й математичного моделювання явищ і процесів у різних сферах людської діяльності.

Ще однією характерною рисою математичної освітньої галузі є усталеність її змісту. На відміну від багатьох інших галузей, де наукові відкриття та технологічні зміни відбуваються динамічно й вимагають швидкого оновлення змісту, основи математичної науки — її поняття, структури та методи — залишаються незмінно актуальними впродовж тривалого часу. Це забезпечує сталість і послідовність у побудові змісту математичної освіти на всіх етапах навчання. Водночас важливо враховувати, що більшість інших освітніх галузей, зокрема природнича, технологічна та інформатична, потребують певного рівня математичної підготовки для ефективного засвоєння їхніх засадничих понять і методів. Саме тому виникає потреба в чітко визначеному «ядрі» математичних знань, яке виконує функцію теоретичної бази не лише для самої математики, а й для міждисциплінарного навчання.

Ще донедавна «ядро» математичних знань формувалося в межах домінантної освітньої парадигми, яка ґрунтувалася на уявленнях про математику як формально-логічну, замкнену систему знань, у центрі якої — аксіоматично-дедуктивна модель, орієнтована на внутрішню цілісність і логічну завершеність математичної дисципліни. Такий підхід відображав уявлення про математику як обмежену систему понять, тверджень і доведень, та передбачав, що учні / учениці мають опановувати знання в готовому, завершеному вигляді. Роль учня / учениці в такій освітній парадигмі зводилася до відтворення готових формул і алгоритмів, що суттєво обмежувало розвиток критичного й логічного мислення, креативності, здатності до дослідження й застосування математики в реальному житті.

У відповідь на кризу, спричинену надмірною теоретизацією змісту математичної освіти та її відривом від реального життя, Національна рада викладачів математики США (NCTM) у 1980 році оприлюднила програмний документ «Порядок денний для дій» (Agenda for Action) (NCTM, 1980)[[1]](#footnote-1). У ньому було чітко зазначено, що (problem solving) розв’язання задач або розв’язання проблем (залежно від перекладу), має стати центральним елементом шкільного курсу математики. Поступово фокус освітньої політики змістився в бік практичного застосування математики, що відображало потреби науки, суспільства й економіки того часу. У математичній освіті відбувається перехід від «математики для небагатьох**»** до **«**математики для всіх**»**(Freudenthal, 1973[[2]](#footnote-2), 1983[[3]](#footnote-3)).Аналогічні ініціативи виникали і в інших країнах. У 1968 році в Нідерландах було започатковано концепцію Реалістичної математичної освіти (RME — Realistic Mathematics Education[[4]](#footnote-4)), яка запропонувала дидактичний підхід, заснований на ідеї, що математика має розвиватися у тісному зв’язку з реальністю та особистим досвідом учнівства. Згадана концепція підкреслює важливість математичного моделювання, візуалізації, дослідницької діяльності й особистої участі учня / учениці в процесі відкриття математичних зв’язків. Цей підхід ґрунтується на активному залученні учнівства до створення моделей реальних ситуацій, що відповідає сучасному розумінню математичної грамотності як здатності використовувати математику для аналізу, пояснення і прийняття рішень у реальному світі.

Схожі ідеї щодо практичної спрямованості математичної освіти отримали подальший розвиток у наукових дослідженнях. Зокрема, у доповіді UNESCO у 1979 (*Pollak, 1979[[5]](#footnote-5))* «Вплив математики на інші шкільні предмети» було наголошено, що математична освіта повинна навчати учнів / учениць застосовувати знання в реальних ситуаціях, а не лише в умовах формально визначених задач. Одним із способів реалізації цього підходу є математичне моделювання, яке виступає як важливий етап розв’язання практично орієнтованих задач. У подальших дослідженнях, зокрема в праці (*Shimizu & Vithal, 2023[[6]](#footnote-6))*, підкреслюється, що навчання математичного моделювання стало однією з провідних тем освітніх реформ у низці країн, таких як Німеччина, Франція, Нідерланди, Австралія, США та багато інших. Математичне моделювання розглядається як ефективний засіб інтеграції знань, розвитку критичного мислення та формування вмінь, необхідних для активної участі в сучасному суспільстві.

Виразним прикладом освітньої ініціативи, що втілює ці ідеї, є *La main à la pâte* (**«**Руки в тісті**»**), започаткована французьким астрофізиком П’єром Ленна у співпраці з Жоржем Шарпаком (який народився на території нинішньої Рівненської області України та є лауреатом Нобелівської премії) та фізиком Івом Кере *(Charpak, 2011[[7]](#footnote-7))*. Філософія *La main à la pâte*  ґрунтується на активному дослідницькому навчанні. Цей підхід органічно пов’язаний із філософією прагматизму, зокрема з ідеями Джона Дьюї (*Dewey, 1916[[8]](#footnote-8))*, який підкреслював, що освіта повинна ґрунтуватися на особистому досвіді, практичній діяльності, взаємодії та рефлексії. У межах цього підходу в сучасному світі стрімко розвивається **музейна педагогіка**, а також діяльність наукових центрів і музеїв науки та математики, які актуалізують нові формати навчання — через гру, дослідницьку діяльність, експеримент і практичну взаємодію.

У цьому контексті формується поняття «математичного експерименту» (або так званої «математики на дотик» *Mathematik zum Anfassen*) *(Beutelspacher, A., 1998[[9]](#footnote-9))* — як способу пізнання, що передбачає занурення в суть математичних об’єктів шляхом дослідницької діяльності. Математика при цьому постає не лише як абстрактна логіко-формальна система, а як живий інструмент пізнання реальності, доступний кожному. Математичний експеримент може реалізовуватися в різних формах: через створення та дослідження наочних моделей, які можуть бути представлені в обладнанні у класах, через використання інформаційно-комунікаційних технологій (зокрема інтерактивних цифрових середовищ, таких як: GeoGebra, GIOS, Desmos, PhET Interactive Simulations, Matific, Tinkercad, Polypad, The Math Learning Center тощо), через розв’язування дослідницьких задач і проєктну діяльність. Такий підхід сприяє формуванню глибшого розуміння математичних понять, розвитку мислення та здатності до самостійного пізнання.

**ІІ. Мета математичної освітньої галузі**

Метою математичної освітньої галузі, згідно з Державними освітніми стандартами, є розвиток особистості здобувача / здобувачки освіти через формування математичної компетентності у взаємозв’язку з іншими ключовими компетентностями для успішної освітньої та подальшої професійної діяльності впродовж життя, що передбачає засвоєння системи знань, формування обчислювальних навичок, формування та розвиток вміння розв’язувати математичні та практичні задачі; розвиток логічного мислення; позитивного ставлення до математики, інтересу до її вивчення, здатність і готовність застосовувати математику в особистому й суспільному житті.

Іншими словами, метою математичної освітньої галузі є розвиток у здобувачів / здобувачок освіти вміння розв’язувати найрізноманітніші проблеми — від побутових ситуацій до складних майбутніх професійних викликів, які їм будуть траплятися в житті. Навчання математики водночас є шляхом до формування логічного мислення, що лежить в основі самостійного ухвалення рішень, критичного аналізу й готовності навчатися впродовж життя. Для відстежування поступу розвитку учнівства на кожному із циклів можна використовувати парадигму «Я-орієнтирів» (Додаток 3.1).

Ознайомитися з прикладами реалізації наскрізних умінь та компетентнісного потенціалу математичної освітньої галузі можна за таблицями, наведеними в Додатку 3.2 та Додатку 3.3.

Таблиця 1

|  |  |
| --- | --- |
| **Мета математичної освітньої галузі (за державними стандартами)** | |
| Державний стандарт початкової освіти | Формування математичної та інших ключових компетентностей; розвиток мислення, здатності розпізнавати і моделювати процеси та ситуації з повсякденного життя, які можна розв’язувати із застосуванням математичних методів, а також здатності робити усвідомлений вибір. |
| Державний стандарт базової середньої освіти | Розвиток особистості учня / учениці через формування математичної компетентності у взаємозв’язку з іншими ключовими компетентностями для успішної освітньої та подальшої професійної діяльності впродовж життя, що передбачає засвоєння системи знань, удосконалення вміння розв’язувати математичні та практичні задачі; розвиток логічного мислення та психічних властивостей особистості; розуміння можливостей застосування математики в особистому та суспільному житті. |
| Державний  стандарт профільної середньої освіти | Розвиток особистості здобувача / здобувачки освіти через формування математичної компетентності у взаємозв’язку з іншими ключовими компетентностями для успішної освітньої та подальшої професійної діяльності впродовж життя, що передбачає засвоєння системи знань, удосконалення вміння розв’язувати математичні та практичні задачі; розвиток логічного мислення та психічних властивостей особистості; здатність і готовність застосувати математику в особистому і суспільному житті для продовження навчання або фахової самореалізації. |

Таблиця 2

**Мета математичної освітньої галузі для кожного циклу освіти:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Початкова освіта** | |
| **1–2 клас (адаптаційно-ігровий цикл)** | **3–4 (основний цикл)** |
| – Сформувати в учнів / учениць початкове розуміння математичних понять і дій, необхідних для розв’язання простих життєвих ситуацій, а також розвинути вміння спостерігати, аналізувати, робити висновки, мислити логічно, критично й творчо на основі дослідження числових, геометричних, просторових і практичних задач. | – Сформувати в учнів / учениць здатність розуміти, аналізувати й розв’язувати задачі, що пов’язані з повсякденними та навчальними ситуаціями, використовуючи арифметичні дії, геометричні поняття, вимірювання та дані, подані в різних формах.  – Розвинути уміння моделювати, планувати й перевіряти, пояснювати свої міркування, використовувати математичну мову для спілкування та обґрунтування власних рішень, а також критично оцінювати отримані результати. |
| **Базова середня освіта** | |
| **5–6 класи (адаптаційний цикл)** | **7–9 класи (базове предметне навчання)** |
| – Сформувати в учнів / учениць здатність аналізувати, узагальнювати й моделювати математичні ситуації, спираючись на знання чисел, виразів, рівнянь, геометричних фігур, залежностей між величинами.  – Розвивати вміння планувати стратегії розв’язання, обґрунтовувати вибір методу, працювати з математичними моделями та графіками, оцінювати отримані результати, критично мислити та використовувати математику в реальному житті й навчальних задачах. | – Сформувати в учнів / учениць здатність свідомо та гнучко застосовувати математичні поняття, методи й моделі до розв’язання задач з різних навчальних, життєвих і професійно-орієнтованих контекстів.  – Розвивати абстрактне, логічне, алгоритмічне і критичне мислення, уміння працювати з алгебраїчними, геометричними, функціональними, статистичними й комбінаторними структурами.  – Сприяти усвідомленню взаємозв’язків між математичними поняттями, розумінню сутності математичного моделювання та його ролі в пізнанні й описі реальності.  – Формувати вміння аналізувати дані, розпізнавати закономірності, створювати, перевіряти й аргументовано обговорювати математичні моделі, ефективно використовувати математичну мову для пояснення своїх рішень. |
| **Профільна середня освіта** | |
| **10 клас (профільно-адаптаційний цикл)** | **11–12 класи (профільний цикл)** |
| – Сформувати здатність застосовувати математичні знання, методи та моделі високого рівня абстракції до розв’язання задач із реального життя, науки та технологій.  – Розвинути критичне мислення, математичну інтуїцію, навички самостійного дослідження та аналізу даних, здатність будувати й захищати власні математичні моделі, оцінювати їх ефективність і межі застосовності. | – Забезпечити підготовку до професійного та академічного використання математики у складних ситуаціях, які потребують роботи з функціональними, тригонометричними, логарифмічними, статистичними та просторовими об’єктами. |

У Державних стандартах чільне місце посідає поняття проблемної ситуації. Розв’язування проблемних ситуацій є центральним компонентом реалізації мети, зазначеної у державних стандартах, оскільки саме через діяльність із розв’язування задач учнівство опановує не лише зміст, а й функційну суть математики як засобу мислення і дії.

У межах компетентнісного підходу до навчання математики важливим є вміння учнівства застосовувати знання для розв’язання проблемних ситуацій як у межах самої математики, так і в інших освітніх галузях. Це передбачає перехід від реального до абстрактного світу й навпаки, що вимагає інтеграції знань і розвитку ключових компетентностей. Етапи розв’язання проблемної ситуації відображено у групах результатів навчання у Державних стандартах базової та профільної середньої освіти для математичної освітньої галузі.

**Проблемна ситуація** — це реальна або змодельована навчальна ситуація, яка містить елемент невизначеності, суперечності або нестачу даних, що перешкоджає розв’язанню і спонукає людину до активного пошуку, аналізу, узагальнення і застосування знань. У математичній освітній галузі проблемна ситуація може бути подана у вигляді математичної задачі, практичної (прикладної) задачі, дослідницького запитання, розв’язання яких передбачає побудову математичної моделі, виконання математичних дій, аналіз результатів і їх інтерпретацію в конкретному контексті тощо. Розв’язання проблемної ситуації є структурованим процесом, що передбачає проходження низки послідовних етапів. Цей процес концептуально співвідноситься з підходом, запропонованим у класичній праці Джорджа Пойа «How to Solve It» *(Pólya, G. 1945[[10]](#footnote-10))*, яка набула широкого визнання в математичній освіті як ефективна методика формування аналітичного мислення. Відповідно до цього підходу, процес розв’язання задачі складається з чотирьох основних етапів:

1. Розуміння формулювання задачі — передбачає аналіз умови, визначення мети та виокремлення основних елементів, що мають значення для подальшого міркування. На цьому етапі учень / учениця формує уявлення про зміст ситуації і встановлює, що саме потрібно знайти або довести.
2. Складання плану розв’язування — передбачає пошук відповідних стратегій, вибір методів і планування послідовності дій, які дають змогу перейти від наявних даних до шуканого результату. Цей етап вимагає гнучкого мислення і залучення попереднього досвіду.
3. Реалізація плану — охоплює виконання запланованих дій, здійснення обчислень, формулювання логічних висновків або побудову моделей з метою отримання конкретного результату.
4. Аналіз розв’язання — передбачає перевірку правильності виконаних дій, обґрунтування отриманих результатів, а також оцінку відповідності результату початковій умові задачі чи більш загально — проблемній ситуації. За потреби здійснюється корекція міркувань або уточнення обраної стратегії «погляд назад».

Кожен з етапів відповідає **обов’язковим результатам навчання, визначеним у стандартах математичної освітньої галузі (далі — МАО)**:

1. МАО 1: Досліджує ситуації і виокремлює проблеми, які можна розв’язати із застосуванням математичних методів.
2. МАО 2: Моделює процеси й ситуації, розробляє стратегії та плани дій для розв’язання проблемних ситуацій.
3. МАО 3: Критично оцінює процес і результат розв’язання проблемних ситуацій.
4. МАО 4: Розвиває математичне мислення для розуміння світу та володіє математичною мовою.

Фактично вони відповідають діяльності, яку проводить учень чи учениця під час застосування математики в реальних або навчальних ситуаціях: «формулювати», «застосовувати» та «інтерпретувати», — саме ці процеси лежать в основі оцінювання математичної грамотності в рамках міжнародного дослідження якості освіти PISA та ТIMSS.

Це суттєво відрізняє структуру результатів математичної галузі від, наприклад, мовно-літературної, де кожна група результатів навчання прив’язана до певного виду діяльності — слухання, говоріння, читання, письма чи дослідження мовлення. Натомість у математиці всі групи результатів навчання інтегруються в межах єдиного процесу — розв’язання проблемної ситуації, що є центральним видом діяльності учня чи учениці в математичній освітній галузі.

Поділ процесу розв’язання проблемної ситуації на етапи, які відповідають зазначеним групам результатів, має педагогічну доцільність. Акцентування на кожному із цих етапів окремо дає змогу глибше виявити сильні й слабкі сторони в учнівських підходах до аналізу задач, побудови моделей, розв’язування і критичної інтерпретації отриманих рішень. Водночас одним із основних викликів залишається обмежена кількість специфічних задач, що дають змогу відпрацьовувати кожний етап окремо. Це значною мірою ускладнює впровадження компетентнісного підходу в практику навчання математики, що своєю чергою вимагає системної роботи над оновленням змісту навчальних матеріалів і методичного забезпечення.

Ця проблема була актуальною і раніше, що підтверджується українськими емпіричними дослідженнями *(Швець, 2009)*, які засвідчують, що найбільші труднощі в українського учнівства виникають саме на першому етапі (усвідомлення задачі та побудова математичної моделі) (відповідає МАО 1) та на третьому етапі (аналіз і критичне осмислення отриманого результату) (відповідає МАО 3). Учні та учениці часто демонструють недостатній рівень сформованості вмінь перетворювати задачі з природної мови на мову математики, формалізувати дані в адекватну математичну модель, а також повертатися до початкової ситуації для інтерпретації результату в контексті реального світу.

**ІІІ. Структура галузі**

Результати в математичній освітній галузі погруповані відповідно до принципу концентричного розгортання змісту, який визначає логіку поступового розвитку уявлень в учнівства про математичні поняття, методи і способи діяльності. Цей принцип забезпечує систематичне повернення до ключових тем на кожному етапі навчання — щоразу на глибшому рівні узагальнення, складності й абстрагування.

Кожне поняття чи математичну модель уводять спочатку на конкретному, наочно-інтуїтивному рівні, а на наступних етапах навчання поглиблюють та абстрагують розуміння цього поняття чи моделі, інтегруючись у складніші задачі, включно з міжпредметними контекстами.

Змістові лінії математичної освітньої галузі відображають послідовний розвиток математичних знань і вмінь:

* «Числа і вирази» — поступовий перехід від натуральних чисел до раціональних і дійсних, а також від базових арифметичних дій до алгебраїчних виразів, перетворень і обчислювальних структур;
* «Рівняння і нерівності» — розвиток алгебраїчного мислення: від рівностей до рівнянь і нерівностей зі змінними, їх систем;
* «Геометричні фігури та геометричні величини» — формування просторового мислення: від розпізнавання форм до побудови й доведення властивостей, аналітичної геометрії, векторного та координатного підходів;
* «Функції та аналіз даних» — розвиток умінь опрацьовувати змінні величини, будувати графіки функцій, аналізувати їх властивості; працювати з даними: здійснювати статистичні спостереження, обчислювати середні, відносні й абсолютні величини, розуміти природу випадкових величин і основ імовірнісного моделювання;
* «Методологія математики» — формування основ математичного мислення: розуміння означень, математичних тверджень і доведень; ознайомлення з поняттями множин, відношень, алгоритмів, моделей і аксіоматичних побудов математичних теорій.

Завдяки такій побудові змісту досягається не лише структурна єдність математичної освіти, а й створюються умови для розвитку пізнавальної діяльності учнівства: від етапу спостереження й відтворення — до аналітичного мислення, моделювання, доведення, розв’язання проблемних ситуацій і проєктної взаємодії. Водночас реалізація принципу концентризму вимагає поступового ускладнення не лише навчального матеріалу, а й вдосконалення обладнання кабінетів математики.

Такий підхід дає змогу сформувати математичне мислення, здатне розвиватися протягом усього життя, та забезпечує гнучкість у переході від базового до профільного рівня математичної підготовки, залежно від освітніх потреб і майбутніх освітніх траєкторій учнівства.

Формування математичної компетентності забезпечується через комплексний розвиток змістових, процесуальних і діяльнісних компонентів і реалізується за такими напрямами:

* розвиток математичного мислення: від наочно-дієвого та конкретно-образного — до абстрактного, аналітичного й критичного; від інтуїтивного сприйняття — до логічно обґрунтованих міркувань, формулювання й доведення тверджень;
* зміщення акцентів у навчальній діяльності: від спостереження, запам’ятовування й виконання типових алгоритмів — до побудови моделей, аналізу проблемних ситуацій, доведення тверджень, критичного оцінювання результатів і їх інтерпретації в практичному контексті;
* ускладнення математичних моделей: від елементарних числових відношень і геометричних конфігурацій — до багатоетапних задач, що інтегрують алгебраїчні, геометричні, функціональні, статистичні та ймовірнісні методи;
* модифікація форм організації навчання: від посилення ролі самостійної роботи до запровадження парної та групової, й подальшого впровадження дослідницької й проєктної діяльності, що сприяють розвитку ініціативності, співпраці та навичок презентації результатів;
* від розуміння взаємозалежностей у математичній освітній галузі до розширення міжпредметних зв’язків і сфер застосування математичних знань;
* розвиток математичної мови: від використання базових термінів — до оперування точними визначеннями, символікою та аргументованими міркуваннями в усній і письмовій формах, що забезпечує логічність, лаконічність і змістовність висловлювань.

У профільній середній освіті, зокрема в профілях професійного спрямування, акцент робиться на поглибленому розумінні сутності математичних процесів, а також на застосуванні математичних знань і вмінь у типових і нетипових ситуаціях, що формує готовність учнівства до практичного використання математики у повсякденному житті та майбутній професійній діяльності.

**ІV. Поточний стан і виклики освітньої галузі**

Реалізація завдань математичної освітньої галузі зіштовхується з низкою викликів, що зумовлені як глобальними тенденціями, так і специфічними національними реаліями. Ці виклики значною мірою впливають на якість освіти, її доступність і здатність адаптуватися до сучасних потреб суспільства.

1. **Виклики, що пов’язані з освітніми втратами та розривами.**

В Україні наявні **значні освітні втрати в учнівства**, спричинені пандемією COVID-19 та військовою агресією, що може мати довготривалі наслідки для подальшої освіти та професійного розвитку сучасних учнів та учениць. Наявність навчальних втрат в українських учнів та учениць з математики, а також доволі низький рівень математичної грамотності в учнівства зафіксовано загальнодержавним зовнішнім моніторингом якості початкової освіти[[11]](#footnote-11), та  загальнодержавним зовнішнім моніторингом якості освіти на рівні 6 і 8 класів[[12]](#footnote-12), міжнародним моніторингом PISA[[13]](#footnote-13).

**Наявні також освітні розриви між учнівством з міської та сільської місцевості**. За результатами дослідження PISA-2022, учнівство з великих міст демонструє значно вищі результати, ніж їхні ровесники із сільських шкіл. Ця різниця сягає 90 балів за шкалою PISA, що відповідає приблизно 4,5 року навчання. Вимушений перехід на дистанційний формат навчання, що був зумовлений пандемією та повномасштабною війною, нерівність у доступі до цифрових технологій ще більше поглибили освітні розриви між учнівством з великих міст і сільської місцевості. Важливою проблемою також залишаються освітні розриви у математиці між хлопцями та дівчатами. Результати моніторингу показують, що розриви розпочинаються ще в початковій школі й істотно поглиблюються в базовій, що призводить до зменшення вибору математичного профілю серед дівчат у профільній освіті.

**Низький рівень читацької грамотності.** Ще однією з причин низької математичної грамотності учнівства є низький рівень читацької грамотності, що ускладнює розуміння текстових задач, аналіз графіків, таблиць, схем тощо. Учні та учениці часто не можуть правильно виокремити математично значущі дані, що є першочерговим етапом для створення математичної моделі реальної ситуації.

Окремою проблемою є **брак мотивації** **учнівства** до вивчення математики. В українському суспільстві математика сприймається як складна й абстрактна дисципліна, яка не має практичного застосування в повсякденному житті, а недостатня практична спрямованість предметів / курсів лише підкріплює це переконання. Загалом це впливає на те, що більшість учнів та учениць орієнтовані на опанування гуманітарних спеціальностей, бо не бачать зв’язку між математикою і реальним життям. Це може мати суттєві наслідки для впровадження профільної середньої освіти.

Після завершення воєнних дій викликом стане **адаптація до української системи освіти учнівства, яке було вимушене виїхати через війну**.  Система математичної освіти має бути досить гнучкою, щоб урахувати їхній рівень підготовки й інтегрувати їх до освітнього процесу на основі українських стандартів навчання. З іншого боку, повномасштабна війна в Україні впливає на **виїзд з країни старшокласників** для здобуття освіти за кордоном, що несе загрозу втрати інтелектуального потенціалу країни.

1. **Виклики, що пов’язані зі змістом та організацією освітнього процесу.**

**Наступність вивчення математики між рівнями шкільної освіти**. У змісті деяких модельних програм для 5–6 класів іноді не простежується наступності із програмами початкової школи.

**Вибір закладами освіти в 5–9 класах мінімальної кількості годин на математичну освітню галузь**. Нині в 3–4 класах на вивчення математики передбачено 5 год на тиждень, а в 5–6 класах надається можливість закладу освіти обрати тижневе навантаження в межах 4–6 год. Значна частина закладів освіти виділяє на неї 4 год тижневого навантаження. Тобто для більшості українських учнів та учениць під час переходу з початкової до середньої ланки зменшується кількість годин на вивчення математики, а враховуючи тенденцію перевантаження змісту програм з математики / алгебри / геометрії в базовій середній освіті, це часто спричиняє несприйняття учнями та ученицями базового змістового матеріалу.

**Перегляд змісту** є одним з важливих викликів математичної освіти, спрямованим на забезпечення сучасної, практико-орієнтованої і компетентнісної підготовки учнівства. Важливим аспектом є збалансування теоретичних і прикладних компонентів, що передбачає розширення практичного складника й пропонування задач, що відображають реальні життєві ситуації та професійні виклики майбутнього. А також необхідно оптимізувати навчальне навантаження, зберігаючи фундаментальні знання та прикладну спрямованість предметів / інтегрованих курсів, раціонально розподіливши теми між базовою і профільною середньою освітою.

**Вибір закладами освіти неузгоджених між собою модельних навчальних програм різних освітніх галузей**. Математика широко застосовується в природничій, технологічній, інформатичній та інших освітніх галузях. Наприклад, вивченню програмування на координатній площині на уроках інформатики мало б передувати вивчення раціональних чисел, координатної прямої і координатної площини на уроках математики. Тобто для забезпечення міжгалузевих звʼязків заклад освіти має виважено і відповідально аналізувати модельні навчальні програми, колективно обговорювати можливі переваги й недоліки та обирати модельні навчальні програми, що узгоджуються між собою.

Окремим актуальним викликом є **масове використання штучного інтелекту (ШІ)** для розв’язування математичних задач без розуміння алгоритму розв’язання і перевірки отриманих результатів. Це знижує мотивацію, інтерес до самостійного мислення і профанує освітній процес. У математиці, де важливі логіка, аналітичне мислення і стратегія, пасивне використання ШІ загрожує значним зниженням якості освіти. Освітня система не встигає адаптуватися до стрімкого розвитку технологій, тому виклик полягає не лише в контролі, а й у продуманій інтеграції ШІ в процес навчання. Потрібно навчати учнівство критично використовувати ШІ: розуміти, де він допомагає, а де заважає формуванню глибокого математичного розуміння.

Одним із важливих викликів є **підтримка й збереження поглибленого вивчення математики в циклі базового предметного навчання (7–9 класи),** зокрема через створення спеціальних навчальних програм, підручників (чи додатків до основних підручників) і навчально-методичного забезпечення для них, які орієнтовані на поглиблене вивчення математики відповідно до компетентнісного, дослідницького та міждисциплінарного підходів (зокрема в контексті інтеграції з фізикою, інформатикою, технологіями). У цьому контексті на перспективу можливий перегляд кількості годин на математичну, природничу, інформатичну та / або технологічну галузі в 7–9 класах та спрямування годин для перерозподілу між галузями на одну, декілька або всі ці галузі.

Історично українська математична освіта демонструє високі результати в підготовці талановитої молоді, що значною мірою зумовлено існуванням як спеціалізованих навчальних закладів, зокрема фізико-математичних ліцеїв, так і класів з поглибленим вивченням математики у навчальних закладах середньої освіти. Це забезпечує якісну математичну підготовку вже на рівні базової середньої освіти, фактично виконуючи роль допрофільної підготовки до академічних ліцеїв. Збереження й підтримка цієї освітньої традиції є особливо важливими в умовах війни, адже це зміцнює систему математичної освіти, яка має стратегічне значення для повоєнної відбудови країни.

Один із ключових викликів — **відсутність чітко визначеної методики виокремлення етапів розв’язання проблемної ситуації** в освітньому процесі та **інструментів оцінювання**. Не завжди можливо однозначно визначити, якому саме результату МАО відповідає певна діяльність учня чи учениці. Наприклад, у геометричних задачах побудову рисунка можна інтерпретувати як досягнення МАО1, натомість, наприклад, доведення єдиності розв’язку — як МАО3. Водночас багато традиційних завдань можуть явно не містити ознак МАО1 чи МАО3, проте під час усного пояснення учень / учениця демонструє елементи цих результатів, коментуючи власні міркування або вибір стратегії. Практика, за якої вчитель чи вчителька самостійно визначає відповідність дій учнів та учениць тим чи іншим результатам і має оцінити їх, може не бути стандартизованою. Вона буде залежати від рівня підготовки педагога / педагогині, розуміння ним складної структури компетентностей, наявного методичного забезпечення; а також наявність великої кількості дітей у класі може значно ускладнити якісне спостереження й оцінювання.

1. **Виклики, що пов’язані з учительством.**

Повномасштабна війна призвела до вимушеної міграції та зміни професійної діяльності вчителів і вчительок математики, що спричинило дефіцит кадрів, особливо в сільській місцевості.

Зниження суспільного престижу професії вчителя / вчительки та перспектива низької заробітної плати вчительства безпосередньо впливають на зниження прохідного бала для вступу до університетів на педагогічні природничо-математичні спеціальності та в подальшому ведуть до низької якості підготовки майбутнього учительства.

Відсутність спеціальних програм для педагогів-початківців / педагогинь-початківців, неконкурентний рівень оплати праці для цієї категорії вчителів / вчительок і відсутність якісної інтернатури спричиняє відтік молодих фахівців / фахівчинь зі шкіл, зростання частки вчителів / вчительок пенсійного віку та загального старіння професії. Як наслідок, впровадження нових методик і технологій навчання математики ускладнюється.

Фундаментальним чинником успішного реформування є **підвищення спроможності вчительства**. Ефективне впровадження нових підходів до навчання залежить від підготовленості педагогів / педагогинь, їхньої методичної гнучкості, здатності адаптуватися до змін. За прикладом країн із високими результатами у PISA (Нідерланди, Фінляндія, Японія) важливо запустити довготривалі програми професійного розвитку для вчителів, зокрема і для тих, хто працюватиме у профільних математичних класах. Ці програми мають охоплювати теми, присвячені сучасним цифровим інструментам, методикам навчання, роботі з учнями з різними особливими освітніми потребами, наставництву та створенню професійних спільнот учителів. Необхідно виділяти достатнє фінансування на створення сучасних і якісних онлайн-курсів для вчителів математики, а особливо тих, що будуть викладати у закладах профільної середньої освіти.

1. **Виклики, пов’язані з методичним і матеріально-технічним забезпеченням.**

Окрему увагу слід приділити розвʼязанню інфраструктурних проблем, які суттєво обмежують якість математичної освіти. Для подолання цієї проблеми важливо змінити підхід до фінансування та наповнення шкільної матеріально-технічної бази, що передбачає не лише підтримку від місцевих органів влади, а й налагодження взаємодії з бізнесом, благодійними фондами та громадами, які можуть допомагати знаходити додаткові ресурси. Така співпраця дасть змогу створити сучасні освітні простори та забезпечити рівний доступ учнівства до якісної освіти, незалежно від місця проживання дітей і підлітків.

**Роль підручників.** Попри те, що педагогічні працівники та заклади загальної середньої освіти мають право обирати підручники для використання в освітньому процесі, фактичне отримання обраних примірників не завжди забезпечується.

Причиною цього є норма, яка визначає, що друк підручника за кошти державного бюджету можливий лише за умови, що він набрав понад 40 тисяч виборів. Підручник, який отримав понад 10 тисяч виборів, також може друкуватися, але за умови співфінансування видавцем. Ситуація з підручниками, які отримали вибір менше ніж 10 тисяч, узагалі не врегульована, тому вони фактично не друкуються і не доставляються до закладів освіти (крім випадків із підручниками, які обрали заклади для викладання інтегрованих курсів).

Така норма хоч і гарантує масове забезпечення учнівства навчальною літературою, однак унеможливлює друк за кошти державного бюджету нових підручників, що не мають широкої впізнаваності серед учительства. Як наслідок до шкіл надходять підручники з найвищими показниками вибору на загальнонаціональному рівні, але не обов’язково ті, які були обрані саме цим закладом освіти. З огляду на це, вбачається за доцільне знизити бар’єр вибору для друку підручників за бюджетні кошти — з розумінням, що така зміна буде економічно обґрунтованою та не створюватиме надмірного навантаження на державний бюджет.

Ще одним викликом паперового підручника є вимоги до обсягу, що унеможливлюють включення до нього завдань із життєвими контекстами, завдань у форматі PISA з багаторівневою побудовою та аналізом даних. Це призводить до скорочення або виключення компетентнісно орієнтованих завдань, знижуючи потенціал підручника у формуванні математичної грамотності, навичок моделювання та застосування знань на практиці. Одним із рішень може бути створення електронних додатків до підручників або використання електронних підручників, що надасть можливість розміщувати завдання різного формату, складності та адаптивності з урахуванням індивідуальних потреб учнівства.

1. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1980). An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s. Reston, VA: NCTM. [↑](#footnote-ref-1)
2. Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an Educational Task. Dordrecht: Reidel. [↑](#footnote-ref-2)
3. Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Dordrecht: Reidel. [↑](#footnote-ref-3)
4. Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9. Utrecht: Utrecht University. [↑](#footnote-ref-4)
5. Pollak, H. (1979). The interaction between mathematics and other school subjects. In New trends in mathematics teaching IV (pp. 232–248). UNESCO. [↑](#footnote-ref-5)
6. Shimizu, Y., & Vithal, R. (Eds.). (2023). Mathematics Curriculum Reforms Around the World: The 24th ICMI Study. Springer. [↑](#footnote-ref-6)
7. Charpak, G. (2011). La main à la pâte: Les sciences à l'école primaire. Paris: Flammarion. [↑](#footnote-ref-7)
8. Dewey, J. (1916). Democracy and education: An introduction to the philosophy of education. Macmillan. [↑](#footnote-ref-8)
9. Beutelspacher, A. (1998). Mathematik zum Anfassen. Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 6(4), 23–24. De Gruyter. [↑](#footnote-ref-9)
10. **Pólya, G.** (1945). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University Press. [↑](#footnote-ref-10)
11. Звіт про результати третього циклу загальнодержавного зовнішнього моніторингу якості початкової освіти 2024 р.: у 2-х частинах. Частина І. Навчання в кризових умовах: читацька, математична та природничо-наукова компетентності випускників початкової школи / Т. Лісова (основний автор), Г. Бичко, В. Терещенко, В. Горох, А. Нікитчук, М. Мазорчук, Т. Вакуленко ; наук. ред. Т. Вакуленко, В. Терещенко ; за ред. Г. Бондаренко ; Український центр оцінювання якості освіти. Київ, 2025. 311 с. (+151 с. додатків). [↑](#footnote-ref-11)
12. Загальнодержавний моніторинг результатів навчання учнів 6 і 8 класів. [↑](#footnote-ref-12)
13. Національний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2022. [↑](#footnote-ref-13)